PRUEBA PUNTUABLE 2 *Abril* 2017

APELLIDOS...**NOMBRE**.................

PROBLEMA 1. ¿Qué se puede decir de $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x+y}{x-y}$ a partir del cálculo de los límites reiterados correspondientes?

$$\lim_{x\to 0}\left(\lim_{y\to 0}\frac{x+y}{x-y}\right) = \lim_{x\to 0}\frac{x}{x} = \lim_{x\to 0} 1 = 1$$
$$\lim_{y\to 0}\left(\lim_{x\to 0}\frac{x+y}{x-y}\right) = \lim_{y\to 0}\frac{y}{-y} = \lim_{y\to 0}(-1) = -1$$

$\neq$ $\Big\}$ $\boxed{\nexists \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x+y}{x-y}}$

PROBLEMA 2. Calcula $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{sen(x^2+y^2)\ln(2-x)}{x^2+y^2}$. NOTA: Ten en cuenta el desarrollo en serie de Maclaurin de $sen(x^2+y^2)$

En $(0,0)$; $sen(x^2+y^2) \simeq x^2+y^2$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{sen(x^2+y^2)\,Ln(2-x)}{x^2+y^2} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x^2+y^2)\,Ln(2-x)}{(x^2+y^2)} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} Ln(2-x) = \boxed{Ln\,2}$$

PROBLEMA 3. Estudia la continuidad y diferenciabilidad en $(0,0)$ de la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^4}{(x-y)^2+x^4} & (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = \lim_{\substack{r\to 0 \\ \alpha\in[0,2\pi)}} \frac{r^4\cos^4\alpha}{r^2(\cos\alpha-sen\,\alpha)^2 + r^4\cos^4\alpha} = \lim_{r\to 0}\frac{r^2\cos^4\alpha}{(\cos\alpha - sen\,\alpha)^2 + r^2\cos^4\alpha} =$$

$$= \frac{0}{(\cos\alpha - sen\,\alpha)^2} = \begin{cases} \alpha\neq \pi/4,\ 5\pi/4: & \boxed{0} \\ \alpha = \frac{\pi}{4},\ \frac{5\pi}{4}: & \frac{0}{0}\ (ind) \end{cases}$$

Si $\alpha = \frac{\pi}{4}$; $\lim_{r\to 0} \frac{r^2\frac{4}{16}}{0+r^2\frac{4}{16}} = \boxed{1\neq 0}$

No es continua en $(0,0)$

No es diferenciable en $(0,0)$

PROBLEMA 4. Halla los extremos relativos de la función:

$f(x,y) = x^2+y^2+xy-3x-6y+1$ y clasifícalos.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x} = 2x+y-3=0 \Rightarrow y = 3-2x \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 2y+x-6=0 \Longrightarrow 2(3-2x)+x-6=0 \Rightarrow 6-4x+x-6=0 \Rightarrow \end{cases}$$

$\Rightarrow -3x=0 \Rightarrow x=0 \wedge y=3$

PTO. CRÍTICO : $(0,3)$

$H = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3$, $H(0,3) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 >$ y $a_{11} = 2 > 0$

$f(x,y)$ tiene un MÍNIMO RELATIVO en $(0,3)$